1	2	3	4	5	Итого
7	7	3	15	7	25

37-8-23

1) 9 - макс. цифра => число должно быть максимально из девяток, 2023 | 9 = 224 — узнаем их макс. кол-во, поскольку его длина следующ. цифра.

$$\begin{array}{r} -18 \\ \hline 22 \\ -18 \\ \hline 43 \\ -36 \\ \hline 7 \end{array}$$

7 - последняя цифра числа

У нас выходит, что число с 224 девятками и семью не самое меньшее, самое наименьшее будет иметь в начале 7 и потом все девятки, у него будет 224 + 1 = 225

Ответ: 225.

2) Нам известно, что школьников больше 55 и меньше 60. Если школьников x, то $55 < x < 60$. Школьников может быть только натуральное число, из чего получаем, что их может быть 56, 57, 58 или 59.

Чтобы вычислить отношение числа мальчиков к числу девочек, равным от 90% не включительно до 91% (тоже не включительно). Если разница между мальчиками и девочками маленькая, то мы можем получить нужное кол-во процентов. Следовательно, нужно взять наиболее ровные числа мальчиков и девочек, но они не должны быть равны. В первом случае, где школьников 56, такими парами будут: 27 м. и 29 дв. Тогда мы получаем: $\frac{27}{29} \cdot 100\% = x\%$. Находим x.

$27 \cdot 100 = 29 \cdot x$

$2700 = 29x$

$x = 2700 : 29$

$$\begin{array}{r} 2700 \,|\, 29 \\ -261 \quad \approx 93\% \\ \hline 90 \\ -87 \\ \hline \text{ост. } 3 \end{array}$$

$93 < 93$ — не подходит, нужно меньше. Тогда берём пару 26 м. и 30 д.

Находим x

$\frac{26}{30} \cdot 100\% = x\%$

$2600 = 30x$

$$\begin{array}{r} 2600 \,|\, 30 \\ -24 \quad \approx 86\% \\ \hline 20 \\ -18 \\ \hline 2 \end{array}$$

— не подходит, нужно больше.

$86 < 90$ Это были „соседние" пары, и обе не подошли, следовательно при 56 школьниках решений нет.

Тоже самое делаем с другими. 57 шк.:

29 и 28 - ближайшие $\frac{28}{29} \cdot 100\% = x\%$

$2800 = 29x$

$x =$

$$\begin{array}{r} 2800 \,|\, 29 \\ -261 \quad \approx 96\% \\ \hline 190 \\ -174 \\ \hline \text{ост. } 16 \end{array}$$

— не подходит, нужно меньше

$\begin{array}{r} 29 \\ 6 \\ \hline 174 \end{array}$

$91 < 96$

Берем 27 и 30. $\frac{27}{30} \cdot 100\% = x\%$

$9100 = 10x$

$x = 90\%$, - 90 у нас не включительно => не подходит

~~Требуем меньше~~. $\frac{9}{10} \cdot 100 = x$

Следовательно, при 57 школьниках решений нет.

Ситуация при 58 школьниках: ближ. — 28 и 30. $\frac{28}{30} \cdot 100\% = x\%$

Берём 27 и 31. $\frac{27}{31} \cdot 100\% = x\%$

$2700 = 31x$

$x =$

$$\begin{array}{r} 2700 \,|\, 31 \\ -248 \quad 87\% \\ \hline 220 \\ -217 \\ \hline 3 \end{array}$$

— не подходит, нужно больше

$\frac{14}{15} \cdot 100 = x$

$1400 = 15x$

$x =$

$$\begin{array}{r} 1400 \,|\, 15 \\ -135 \quad \approx 93 \\ \hline 50 \\ -45 \\ \hline 5 \end{array}$$

— не подходит, нужно меньше.

Следовательно, при 58 школьниках тоже решений нет.

~~Да~~ Остаётся вариант с 59 школьниками. Рассмотрим его.

Лист 1

Рассмотрим 30 и 23. $\frac{23}{30} \cdot 100\% = x\%$ $2900 = 30x$ $2900 : 30 = 96,6\%$ – нужно меньше.

Тогда берём $\frac{23}{31} \cdot 100\% = x\%$ $2300 = 31x$ $2300 : 31 \approx 90,3\%$ – это подходит, ведь $90 < 90,3 < 96$

Меньше числа брать нет смысла, например 24 и 32, т.к. при 6% нам будет намного меньше. Рав-во: $\frac{24}{32} \cdot 100\% = x\%$ $2400 = 32x$ $2400 : 32 = 75\%$ – это меньше

Ответ: 59 школьников, из них 28 мальчиков и 31 девочка.

3) Сначала надо посчитать, сколько будет дробей типа $\frac{x^2+1}{x^2-1}$, которые и представлены в условии. Всего чисел от 1 до 100 не вкл., у нас 99, из них 50 нечётных, но единицы у нас нет, т.к. $\frac{1^2+1}{1^2-1} = \frac{2}{0}$ – что невозможно. Тогда у нас получается 49 дробей. В числителе всегда результат будет больше знаменателя на 2, т.к. к квадрату одного и того же числа добавляется (в числ.) и удаляется (в знам.) единица. Поэтому при сжатии числителя на знаменатель получается единица с „хвостиком". Например: $\frac{3^2+1}{3^2-1} = \frac{10}{8} = 1,25$ – это ~~меньш~~ дробь с меньшим основанием степени. И возьмём дробь с большим показателем, 99.

$9802 : 9900 = 0,9902$

$9900 - 9802 = 98$

$\frac{10}{8} = 1,25$

$99 \times 99 = 9801$

$9801 + 1 = 9802$

$9801 - 1 = 9800$

$\frac{9802}{9800} = 1,0002$

Тогда: $\frac{9801+1}{9801-1} = \frac{9802}{9800} = 1,0002$.

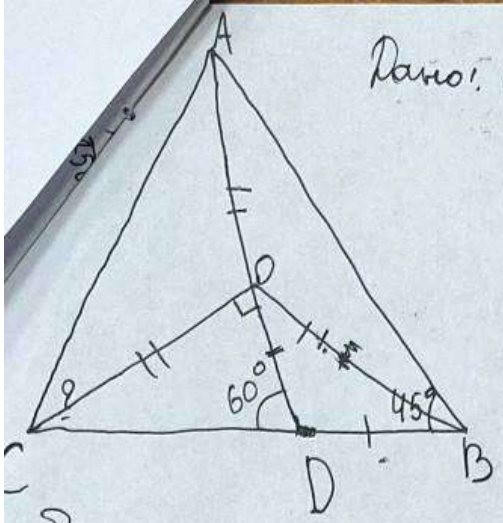
Мол, у нас всё время немного, но уменьшается значение следующей дроби. Таким образом получится 49 целых и 0,5 десятых (их одна).

Ответ: 49,5.

4) Нам известно, что король ходит влево, вниз и по соответствующей диагонали (влево вниз). По этой диагонали за один ход можно достичь нужной клетки a1. Следовательно, первый игрок, поставив именно так, сразу побеждает.

Ответ: победит первый игрок.

37 – 8 – 23



Дано: $\triangle ABC$ – остроугольный, $2DB = CD$, $\angle ADC = 60°$, $\angle ABD = 45°$

Найти: $\angle ACDB$

Дп: $CO \perp AD$, OB.

Решение:

① Р $\triangle OCD$:

$\angle COD$ – прямой
$\angle OCD = 30°$ $\Rightarrow \triangle OCD$ – прямоуг., $2OD = CD$

$2OD = CD$ и $2BD = CD \Rightarrow OD = DB$

② Р $\triangle ODB$:

$OD = DB \Rightarrow \triangle ODB$ – равноб. $\Rightarrow \angle DOB = \angle OBD$

$\angle ODB = 180 - 60 = 120°$ (св. смежн. углов) $\Rightarrow \angle DOB + \angle OBD = 180 - 120 = 60°$ – (св. суммы углов треуг.)

$60 : 2 = 30°$ – $\angle OBD$ или $\angle DOB$ (ш.2)

③ $\angle ABD = \angle OBD + \angle ABO$

$\angle ABD = 30 + \angle ABO \Rightarrow$

$45° = 30° + \angle ABO$

$\angle ABO = 45 - 30 = 15°$

④ Р $\triangle ADB$:

$\angle ADB = 120°$
$\angle ABD = 45°$ $\Rightarrow \angle OAB = 180 - 120 - 45 = 15°$ (сумма углов треугольника)

⑤ $\angle OAB = 15°$ и $\angle ABO = 15° \Rightarrow \angle OAB = \angle ABO \Rightarrow \triangle AOB$ – равноб. $\Rightarrow AO = OB$

⑥ Р $\triangle OCB$:

(ш.1) $\angle OCD = 30°$ и $\angle OBD = 30°$ (ш.3) $\Rightarrow \triangle COB$ – равноб. $\Rightarrow$

⑦ $OB = OA$ (ш.1) и $OB = OC$ (ш.6) $\Rightarrow \triangle AOC$ – равноб. $\Rightarrow \angle OCA = \angle CAO$

$\angle COA = 90° + 180°$ (св. смежн. углов) $= 90°$ ($\angle COD$ тоже $= 90°$)

$\Rightarrow \angle ACO$ и $\angle CAO$ равны $(180 - 90) : \cancel{45}\ 2 = 45°$

~~$\angle ACB =$~~

$\angle ACB = \angle ACO + \angle OCD = 45 + 30 = 75°$

Ответ: 75°.

Лист2