

22-11-37

11.1

1 2 3 4 5 10000
7 7 5 2 6 245

Пусть x_1 штов было разрезано в первый раз, x_2 - во второй, ..., x_n - в n -ный раз.
После первого разрезания будет кусков: $7 - x_1 + 7x_1 = 7 + 6x_1$

$$2-10: 7 + 6x_1 - x_2 + 6x_2 = 7 + 6(x_1 + x_2)$$

Заметим, что после n -ного разрезания будет получено $7 + 6(x_1 + x_2 + \dots + x_n)$ кусков.

$$\text{Тогда } 7 + 6(x_1 + x_2 + \dots + x_n) = 1001$$
$$6(x_1 + x_2 + \dots + x_n) = 994$$

$$3(x_1 + x_2 + \dots + x_n) = \cancel{497}$$

Заметим, что для выполнения равенства 497 должно получено делителя на 3, но т.к. сумма цифр равна 20, а 20 не кратно 3, 497 не кратно 3. Значит, штов не может получить 1001 кусок.

Ответ: не может.

штов 1

22-11-37

11.2

Пусть x - изначальный пароль,

$\overline{ab}$ - добавленные цифры

$x + \overline{ab}$ - новый пароль.

По условию новый пароль равен сумме всех мат. чисел от 1 до x .

Получаем
$$\overline{x+ab} = \frac{(x+1)x}{2}$$

Заметим, что при двузначных x данная ситуация невозможна.

Пример $x = 90$
$$\overline{x+ab} = 4095$$

$40 < 90$, $40 \neq 90$
 При $x = 100$,
$$\overline{x+ab} = 5050$$

$100 \neq 50$, $50 < 100$
 При $x = 200$,
$$\overline{x+ab} = 20100$$

$201 \neq 200$, $201 > 200$

Заметим, что до определенного момента предполагаемый x оказывается меньше вычисленного, а после не-близки.

Значит, искомый x ~~никогда~~ является данной точкой, где

~~мат 2~~
 мат 2

22-11-37

Тогда $100 < x < 200$
 Если $x = 198$, $\overline{x+ab} = 19701$
 $197 \neq 198$, $197 < 198$

Тогда $198 < x < 200$
 Если $x = 199$, $\overline{x+ab} = 19900$
 $199 = 199$
 $\overline{ab} = \overline{00}$

Тогда $x = 199$ - искомый пароль.
 Ответ: 199 - искомый пароль.
 11.5.

① Рассмотрим первое уравнение системы.
 Пусть $\cos x = t$, $|t| \leq 1$.
 Решая данное уравнение относительно
 новой переменной мы получим
 совокупность равенств вида
 $t = \cos \alpha$
 $t = \cos \alpha$, где $\cos \alpha$ - некоторое число,
 принадлежащее отрезку
 $[-1; 1]$

2-11-34

Тогда для любых значений
 переменных будет $\cos x = b_n, b_n \in [-1; 1]$

$$x = \pm \arccos b_n + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

② Аналогично для второго уравнения
 $\sin x = p, p \in [-1; 1]$

$p = b_n$, $b_n \in [-1; 1]$
 $\sin x = b_n$

$$\begin{cases} x = \arcsin b_n + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \\ x = \pi - \arcsin b_n + 2\pi k, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

③ ~~Учитывая~~ ~~Получим~~ корни 1-го уравнения на $[\pi; \frac{3\pi}{2}]$:
 $x_1; x_2; x_3; \dots; x_n$

Тогда сумма корней на $[\frac{\pi}{2}; \pi]$: $-x_1 - x_2 - \dots - x_n = - (x_1 + x_2 + \dots + x_n) = -2\pi$

Заметим, что $\arcsin b_n + \arccos b_n + 2\pi k = \frac{\pi}{2} + 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$

Заметим, что $\arcsin b_n + \arccos b_n + 2\pi k = \frac{5\pi}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$
 если $(\arcsin b_n + 2\pi k) \in [\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}]$, $k \in \mathbb{Z}$
 и $(\arccos b_n + 2\pi k) \in [\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}]$, $k \in \mathbb{Z}$ итд

22-11-34

④ Пусть какое уравнение имеет
а корней (равенство количества
корней в данных уравн. следует
из ① и ②), т. к. в обоих случаях мы получили
одно и то же ур-ие
тогда сумма корней относительно новой переменной
на $[\pi; \frac{3\pi}{2}]$ равна:

$$\frac{5\pi}{2} \cdot a = 21\pi + 24\pi$$

$$5\pi a = 45 \cdot 2\pi$$

$$a = 9 \cdot 2$$

$$a = 18$$

Значит, какое ур-ие имеет 18
корней на $[\pi; \frac{3\pi}{2}]$

⑤ Из ① следует, что первое
уравнение имеет на $[\frac{\pi}{2}; \pi]$
столько же корней, сколько и на
 $[\pi; \frac{3\pi}{2}]$ (т. к. уравнение вида
 $\cos d = c, c \in [-1; 1]$ имеет корни, симметричные
относительно оси абсцисс при изображении их
на числовой окружности) имеет 5

22-11-37

Поча первое ур-ие имеет
на $[\frac{11}{2}; 11]$ 18 корней

Ответ: 18

11.3

Пусть к старост на совете.
Для простоты расчетов, возмем, что
в количестве грузей старосты
всодит он сам; но есть это
количество людей; которых
нельзя выбрать ни там же
ка-ве грузей у другого старосты.
Поча количество людей, которых можно
задействовать при условии; что ни
у кого нет 1 группа равна.

$$\frac{k}{2} + 2\left(\frac{k}{2} - \frac{k}{3}\right) + 3\left(\frac{k}{3} - \frac{k}{4}\right) + \dots + (k-2)\left(\frac{k}{k-2} - \frac{k}{k-1}\right)$$

т.к. в $\frac{k}{2}$ ~~объемом~~ какое-то целое значение
объемом 1^{20} человека в $\frac{k}{2} - \frac{k}{3} - 2^{20}$
человек и так далее.

лист 6

22-11-37

Преобразуем полученное выражение

$$\frac{k}{2} + (k-2-1)k - k \left(\frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{4}{5} + \dots + \frac{k-2}{k-1} \right)$$

то Пусть $k = \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{4}{5} + \dots + \frac{k-2}{k-1}$

Заметим, что ~~четыре~~ ^{последовательных} ~~и~~ ^{слагаемых} в сумме k дают сумму больше 3, т.к. всего слагаемых в сумме $k - k - 3$, то все сумма превышает $\frac{(k-3) \cdot 3}{4}$

$$k > \frac{k-3}{2}$$

Чтобы ни у кого из старост не было ^{1-го} друга; достаточно выполнить равенство:

$$\frac{k}{2} + (k-3)k - kn = k \quad | : k \neq 0$$

~~$$k - 3 - k = \frac{1}{2}$$~~

$$k - 3 - n = \frac{1}{2}$$

$$k - n = \frac{7}{2}$$

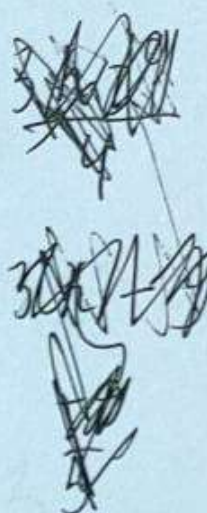
$$n = k - \frac{7}{2}$$

$$n = \frac{2k-7}{2}$$

Сравним $\frac{2k-7}{2}$ ~~$\frac{2k-4}{2}$~~ ~~$\frac{3k-7}{4}$~~

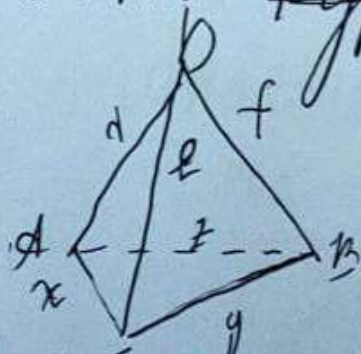
имеет 7

22-11-37



III. К оцененные нами и превышен
 $\frac{2K-7}{2}$; равенство неверно.

Значит, хотя бы у t^{20} старосты
 есть ~~такая~~ равноудру



11.4

$$CD \cdot AB = a$$

$$BC \cdot AD = b$$

$$AC \cdot BD = c$$

чтобы существовал треугольник со
 сторонами a, b и c , должны
 выполняться неравенства:
 $a+b > c$
 $b+c > a$
 $a+c > b$
 Пусть $AC = x, BC = y, AB = z$,
 $AD = d, CD = e, BD = f$

$$a+b > c$$

$$e z + d y > x f$$

мн 8

22-11-34

$$U_3 \triangle BCD$$

$$e + y > f \quad (1)$$

$$U_3 \triangle ADB$$

$$z + d > f \quad (2)$$

$$U_3 \triangle ADC$$

$$e + d > x \quad (3)$$

$$U_3 \triangle ABC$$

$$z + y > x \quad (4)$$

$$e + d + z + y > 2x$$

$$e + d + z + y > 2f$$

Аналогично с другими
м- сторонами

прочими

Значит, такой

треугольник

построить можно.

Ответ: можно