Чистовик

1	2	3	4	5	итого
+6	7	2	7	2	19 +6

16-10-31

№10.2

Пусть $3x-2y-1=a$, $2x+y+2=b$, $3y-x=c$. Т.к. $\exists\sqrt{a}, \sqrt{b}, \sqrt{c}$, то $a, b, c \geq 0$

Заметим, что $b=a+c+3$. Тогда исходное выражение принимает вид

$$\sqrt{a}+\sqrt{a+c+3}+\sqrt{c}$$

Тогда $b\geq 3$, $a, c\geq 0$. Т.к. чем меньше число, тем меньше корень из него, то проверим „крайний" случай на наличие решений:

$$\begin{cases} a=0 \\ c=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x-2y-1=0 \\ 3y-x=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=3y \\ 7y-1=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=\frac{1}{7} \\ x=\frac{3}{7} \end{cases}$$

Решение есть, значит эти значения x и y делают значение заданного выражения минимальным.

$$\sqrt{a}+\sqrt{a+c+3}+\sqrt{c}=\sqrt{0}+\sqrt{0+0+3}+\sqrt{0}=\sqrt{3}$$

Ответ: $\sqrt{3}$

№10.3

Пусть α, β и $1-\alpha-\beta$ это доли I, II и III сплавов в итоговом соответственно ($\alpha+\beta\leq 1$)

Тогда, зная долю меди в каждом сплаве, получаем уравнение:

$$0{,}3\alpha+0{,}4\beta+0{,}8(1-\alpha-\beta)=0{,}7$$

$$5\alpha+4\beta=1 \quad (*)$$

Составим два других ~~д~~ выражения для цинка и всех прочих веществ соотв.:

$$\begin{cases} 0{,}6\alpha+0{,}4\beta+0{,}2(1-\alpha-\beta)\to max \\ 0{,}1\alpha+0{,}2\beta\to min \end{cases}$$

Видоизменим выражения, используя (*):

$$\begin{cases} 0{,}2+(0{,}2\beta+0{,}25\alpha)+0{,}15\alpha=0{,}25+0{,}15\alpha \\ (0{,}1\alpha+0{,}08\beta)+0{,}12\beta \geq 0{,}02+0{,}12\beta \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0{,}25+0{,}15\alpha\to max \\ 0{,}02+0{,}12\beta\to min \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} \beta\to min \\ \alpha\to max \end{matrix} \text{ т.к. } \alpha,\beta\geq 0 \Rightarrow \beta\to 0 \Rightarrow 0{,}02+0{,}12\beta\to 0{,}02$$

Доля цинка и прочих веществ в итоговом сплаве $1-0{,}7=0{,}3$; доля прочих веществ минимум $0{,}02 \Rightarrow$ доля цинка максимум $0{,}3-0{,}02=0{,}28$, т.е. 28% (если второй сплав при изготовлении вообще не использовать).

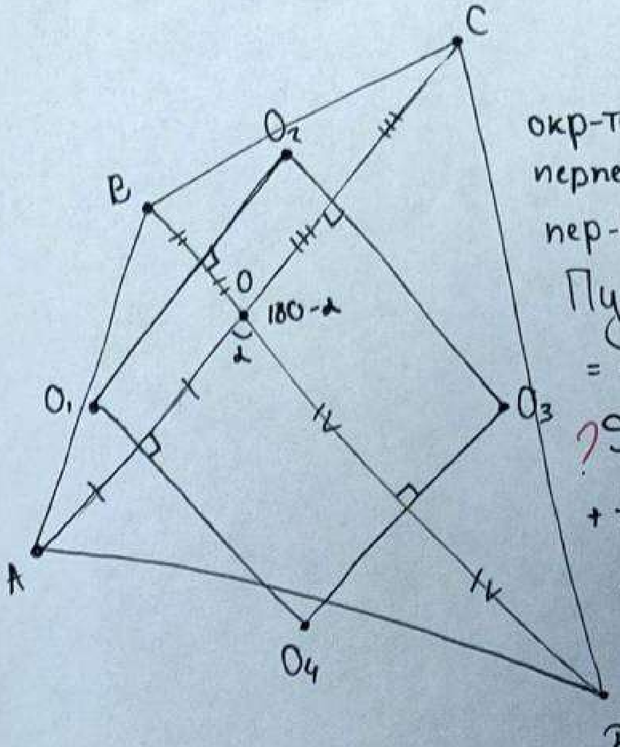
Ответ: 28%

№10.1

Каждый раз, когда Иван разрезает один лист на 7 частей, у него становится на 6 кусков больше (из полученных 7 один „старый", остальные „новые"). Изначально у него было 7 листов, значит для получения 1000 кусков бумаги ему нужно увеличить их количество на $1000-7=993$. Но $993 \not\vdots\, 6$, значит, он не сможет сделать целое число ходов, за каждый из которых становится на 6 кусков больше, для получения нужного ему количества.

Ответ: нет.

№10.5



Заметим, что центр описанного около Δ окр-ти находится в точке пересечения его серединных перпендикуляров. Тогда O_1O_2, O_2O_3, O_3O_4, O_4O_1 - сер. пер-ы BO, CO, DO и AO соответственно.

Пусть $\angle AOD=\alpha$. Тогда $S_{ABCD}=\frac{1}{2}AC\cdot BD\cdot \sin\alpha = \frac{1}{2}\cdot(AO+OC)(BO+OD)$.

?

$$S_{O_1O_2O_3O_4}=\frac{1}{2}AO\cdot\frac{1}{2}OD\cdot\sin\alpha+\frac{1}{2}OD\cdot\frac{1}{2}CO\cdot\sin(180^\circ-\alpha)+\frac{1}{2}CO\cdot\frac{1}{2}OB\cdot\sin\alpha+\frac{1}{2}OB\cdot\frac{1}{2}AO\cdot\sin(180^\circ-\alpha)=$$
$$=\frac{1}{4}\sin\alpha(AO\cdot OD+OD\cdot CO+CO\cdot OB+OB\cdot AO)=$$
$$=\frac{1}{4}\sin\alpha(AO(OD+OB)+CO(OD+OB))=$$
$$=\frac{1}{4}\sin\alpha(AO+CO)(OD+OB)=\frac{1}{4}\sin\alpha\cdot AC\cdot BD=$$
$$=\frac{1}{2}S_{ABCD}\ \boxtimes$$

№10.4

Составим таблицу возможных остатков от деления $a, b, (a+b), (a-b)^3$ на 3:

a	b	$a+b$	$(a-b)^3$
0	0	0	0
0	1	1	2
0	2	2	1
1	0	1	1
1	1	2	0
1	2	0	2
2	0	2	2
2	1	0	1
2	2	1	0

Заметим, что $b\,\vdots\,3$ (т.к. $a+b=(a-b)^3$, то их остатки должны совпасть; по таблице видим, что это происходит только когда $b\equiv_3 0$). Т.к. b простое, то $b=3$. Тогда:

$a+3=a^3-9a^2+27a-27$

$a^3-9a^2+26a-30=0$

$a=5$ - корень

	1	-9	26	-30
5	1	-4	6	0

$a^2-4a+6=0$

$D<0 \Rightarrow$ нет действ. корней.

Тогда единственное решение $\begin{cases}a=5\\ b=3\end{cases}$

Ответ: одна пара; $\begin{cases}a=5\\ b=3\end{cases}$