10-12

1	2	3	4	5	6	Итого
6б	8б.	8б	8б.	6б.	4б.	40б

ЗАДАЧА 2.

$L = \dot{M}\dfrac{GM}{R}$,

$G = 6{,}67\cdot 10^{-11}\dfrac{H\cdot м^2}{кг^2}$

1 год $= 3\cdot 10^7$ с

$L_\odot = 4\cdot 10^{26}$ Вт

$M_\odot = 2\cdot 10^{30}$ кг

$R_\odot = 7\cdot 10^8$ м

$\dot{M}$ — ?

$\Rightarrow \quad L = \dot{M}\cdot\dfrac{GM}{R}$;

$\dot{M} = \dfrac{L\cdot R}{G\cdot M}$;

$\left.\begin{matrix} L = L_\odot \\ R = R_\odot \\ M = M_\odot \end{matrix}\right\} \Rightarrow \boxed{\dot{M} = \dfrac{L_\odot\cdot R_\odot}{G\cdot M_\odot}} = \dfrac{4\cdot 10^{26}\,Вт\cdot 7\cdot 10^8\,м}{6{,}67\cdot 10^{-11}\frac{H\cdot м^2}{кг^2}\cdot 2\cdot 10^{30}\,кг} =$

$= \boxed{2{,}099\cdot 10^{15}\dfrac{кг}{с}} = 2{,}099\cdot 10^{15}\cdot\dfrac{\frac{1}{2}\cdot 10^{-30}M_\odot}{\frac{1}{3}\cdot 10^{-7}\,лет} =$

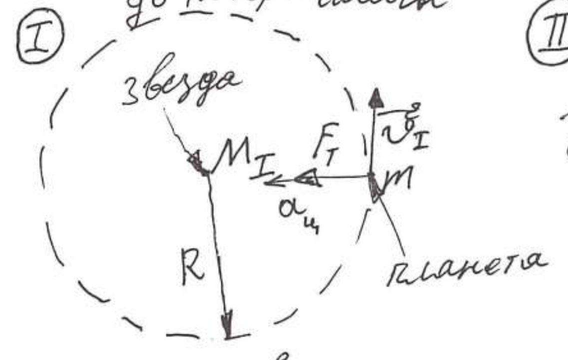
$1\,кг = \frac{1}{2}\cdot 10^{-30}M_\odot$

$1\,с = \frac{1}{3}\cdot 10^{-7}$ лет

$= \boxed{3{,}149\cdot 10^{-8}\dfrac{M_\odot}{год}}$.

Ответ: $\boxed{2{,}099\cdot 10^{15}\dfrac{кг}{с};\ 3{,}149\cdot 10^{-8}\dfrac{M_\odot}{год}}$. 8б

ЗАДАЧА 3.



Т.к. рассматривается движение планеты, то её массой можно пренебречь по сравнению с массой звезды.
~~R — радиус круговой орбиты~~
~~m — масса планеты~~
~~M_I, M_{II} — массы~~

$F = \dfrac{M_I\cdot m\cdot G}{R^2}$;

$a_ц = \dfrac{GM_I}{R^2} = \dfrac{v_I^2}{R}$;

$\boxed{v_I = \sqrt{\dfrac{GM_I}{R}}}$

Т.к. изначально орбита круговая, то E_k планеты постоянна, т.е.

$\dfrac{mv_I^2}{2} = \dfrac{mv_{II}^2}{2}$;

По закону сохранения энергии:

$\dfrac{mv_{II}^2}{2} - \dfrac{GM_{II}m}{R} = 0$, т.е. в момент потери ~~массы планета~~ минимально возможного количества массы планета начнёт двигаться по параболической траектории, а расстояние до звезды будет равно R, т.к. до этого планета двигалась по круговой орбите радиуса R.

$v_{II} = \sqrt{\dfrac{2GM_{II}}{R}}$.

10-12

$m = const$, т.е. $\vartheta_I = \vartheta_{II}$;

$$\sqrt{\frac{GM_I}{R}} = \sqrt{\frac{GM_{II}\cdot 2}{R}};$$

$M_I = 2M_{II}$, т.е. звезда потеряла не менее половины своей первоначальной массы.

$M_I - M_{II} = \frac{1}{2}M_I$

Ответ: $\boxed{\text{не менее } \frac{1}{2}}$. 8б

Задача 4.

$T_0 = 24$ часа $= 24\cdot 60\cdot 60\ с = 86\,400\ с.$

$\Delta T = 10^{-3}\ с$

$\Delta t = 100$ лет $= 3{,}2\cdot 10^{9}\ с$

1) ε - ? 2) τ - ?

$\varepsilon = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$ – изменение угловой скорости, Δt – изменение времени

ω_1 – угловая скорость вращения Земли сейчас

ω_2 – угловая скорость вращения Земли через 100 лет.

$\omega_1 = \frac{2\pi}{T_0}$; $\omega_1 = \frac{2\pi}{T_0 + \Delta T}$;

$$\varepsilon = \frac{\frac{2\pi}{T_0} - \frac{2\pi}{T_0+\Delta T}}{\Delta t} = \frac{2\pi}{\Delta t}\left(\frac{T_0+\Delta T - \cancel{T_0}}{T_0(T_0+\Delta T)}\right) = \frac{2\pi}{\Delta t}\cdot\frac{\Delta T}{T_0(T_0+\Delta T)} = \cancel{\frac{2\pi\cdot 10^{-3}\ с}{3{,}2\cdot 10^{9}\ с\cdot 8{,}64\cdot 10^{4}\ с\cdot 8{,}64}}$$

т.к. $\Delta T \ll T_0$, то $\varepsilon = \frac{2\pi\,\Delta T}{\Delta t\cdot T_0^2} = \frac{2\pi\cdot 10^{-3}}{3{,}2\cdot 10^{9}\cdot 8{,}64^2\cdot 10^{8}}\cdot c^{-2} \approx \boxed{2{,}63\cdot 10^{-22}\ \frac{рад}{с^2}}$.

сейчас $\omega = \frac{2\pi}{T_0}$, а когда Земля перестанет вращаться вокруг своей оси, $\omega_2 = 0$, т.е. за время τ, скорость ω снизится до 0, замедляясь с ускорением ε. $\omega - \omega_2 = \varepsilon\tau$,

$\frac{2\pi}{T_0} = \varepsilon\tau$,

$\tau = \frac{2\pi}{\varepsilon T_0}$.

$$\tau = \frac{2\pi}{T_0\cdot\frac{2\pi\cdot\Delta T}{\Delta t\cdot T_0^2}} = \frac{\Delta t\cdot T_0^2}{T_0\cdot\Delta T} = \frac{T_0\cdot\Delta t}{\Delta T} =$$

$$= \frac{8{,}64\cdot 10^4\ с\cdot 3{,}2\cdot 10^9\ с}{10^{-3}\ с} \approx 2{,}76\cdot 10^{17}\ с = 2{,}76\cdot 10^{17}/3{,}2\cdot 10^{7}\ лет =$$

$= \boxed{8{,}64\cdot 10^{9}\ лет}$

Ответ: $\boxed{2{,}63\cdot 10^{-22}\ \frac{рад}{с^2};\ 8{,}64\cdot 10^{9}\ лет}$

8б

Задача 5. 10-12

$\rho = 10^{18}$ кг/м³

$R = \alpha \cdot R_g$

$\alpha = \frac{4}{3}$

$R_g = \frac{2GM}{c^2}$

r (в км); M (в $M_\odot$)
+ −

$M = \rho V = \rho \cdot \frac{4}{3}\pi R^3.$

форму нейтронной звезды можно считать шарообразной, т.е. $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

$R = \alpha \cdot R_g$,

$R = \alpha \cdot \frac{2 \cdot G \cdot M}{c^2}$,

$R = \alpha \cdot \frac{2G\rho \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi R^3}{c^2}$,

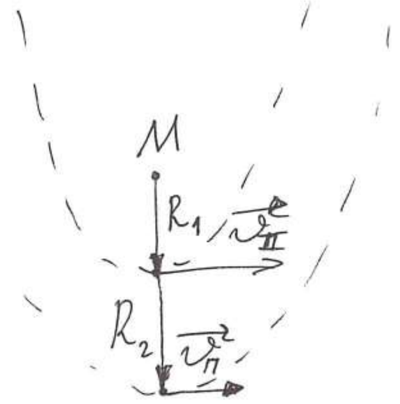
$3Rc^2 = 8\alpha G\rho\pi R^3$,

$\boxed{R = \sqrt{\frac{3c^2}{8\alpha G\rho\pi}}}$ 4б. $= 3 \cdot 10^8 \sqrt{\frac{3}{8 \cdot \frac{4}{3} \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 10^{18} \cdot \pi}}$ м $=$

$= 3 \cdot 10^8 \cdot \frac{3}{4}\sqrt{\frac{1}{2 \cdot 6{,}67 \cdot 10^{6}\pi}}$ м $= \frac{9}{4} \cdot 10^5 \sqrt{\frac{1}{2 \cdot 66{,}7 \cdot \pi}}$ м ≈ 10990 м $\approx \boxed{11 \text{ км}}$ 2б.

Ответ: $\boxed{11 \text{ км}}$ 6б

Задача 1



При движении спутника по параболической траектории, его параболическая скорость равняется второй космической на данной высоте, т.е. $\vartheta_{II} = \sqrt{\frac{2GM}{R_1}}$ и

$\vartheta_{П} = \sqrt{\frac{2GM}{R_2}}$, где M – масса гравитирующего тела ~~тела,~~ ~~вокру~~

из условия $\vartheta_{П} = \frac{1}{2}\vartheta_{II}$;

$\sqrt{\frac{2GM}{R_2}} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{2GM}{R_1}}$,

$\frac{1}{R_2} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{R_1}$;

$R_2 = 4R_1$, т.е. ~~тело~~ космический аппарат нужно вывести на ~~орбиту~~ высоту в 4 раза больше изначальной.

Ответ: $\boxed{\text{в 4 раза большую начальной}}$ 6б.

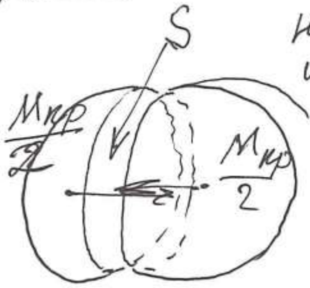
$R_2 = R_1 + h = 4R_1$

$\Rightarrow h = 3R_1$

Задача 6. 10-12

Для того, чтобы небесное тело приняло форму шара, материал, из которого оно сделано должен начать разрушаться под действием собственных сил тяготения, возникающих между отдельными его частями.

Представим тело в виде 2 половинок ~~сферической формы~~ одинаковой массы:



На каждую из них действует сила тяжести:

$$F = G\frac{\frac{M_{кр}}{2}\cdot\frac{M_{кр}}{2}}{\left(\frac{R_{кр}}{2}\right)^2} = \frac{GM_{кр}^2}{R_{кр}^2}$$

расстояние между центрами масс примерно можно считать $\frac{R_{кр}}{2}$

$M_{кр} = \rho V_{кр} =$

$= \rho R_{кр}^3$

~~$R_{кр} \approx \frac{6{,}67\cdot10^{-11}\cdot 2700}{10^8}$~~

$R_{кр} = \frac{1}{\rho}\cdot\sqrt{\frac{\sigma_m}{G}} =$ +2б.

$= \frac{1}{2700}\cdot\sqrt{\frac{10^8}{6{,}67\cdot10^{-11}}}$ м $=$

$\approx \frac{1{,}5}{2700}\cdot10^9$ м $\approx \boxed{555 км}$.

$M_{кр} = \rho\cdot R_{кр}^3 \overset{2б.}{=} 2700\,\frac{кг}{м^3}\cdot(5{,}55\cdot10^5 м)^3 =$ ~~$R_{кр} = \frac{G\rho}{\sigma_m}$~~

$= \boxed{4{,}6\cdot10^{20} кг}$

Рассмотрим поверхность S: на неё с каждой стороны действует сила F, которая распределяется по поверхности $\approx R^2$.

Давление внутри тела, которое создаётся силой тяжести не может превысить $\sigma_m = 10^8$ Па.

т.е. в критическом случае:

$\frac{F}{R_{кр}^2} = \sigma_m$; $\quad G\rho^2\cdot R_{кр}^2 = \sigma_m$;

$\frac{\frac{GM_{кр}^2}{R_{кр}^2}}{R_{кр}^2} = \sigma_m$ $\quad R_{кр} = \frac{1}{\rho}\sqrt{\frac{\sigma_m}{G}}$;

$\frac{G\rho^2 R_{кр}^6}{R_{кр}^4} = \sigma_m$

Ответ: $\boxed{555 км}$; $\boxed{4{,}6\cdot10^{20} кг}$

4б.

Лист 5