

10.2.

1/2/3/4/5/6/Σ
8/8/8/8/8/8/40

Plu
Luc

$$L = \dot{M} \cdot \frac{GM}{R}$$

$$\dot{M} = \frac{LR}{GM}$$

Дано: $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$
 $L_{\odot} = 4 \cdot 10^{26} \text{ Вт}$
 $M_{\odot} = 2 \cdot 10^{30} \text{ кг}$
 $R_{\odot} = 7 \cdot 10^8 \text{ м}$
 $t_{\text{рог}} = 3 \cdot 10^7 \text{ с}$

$\dot{M}_{\odot} - ? \left(\frac{\text{кг}}{\text{с}} \text{ и } \frac{M_{\odot}}{\text{год}} \right)$
 $\left(\frac{\text{кг}}{\text{с}} \text{ и } \frac{M_{\odot}}{\text{год}} \right)$

Для Солнца:

$$\dot{M}_{\odot} = \frac{L_{\odot} R_{\odot}}{G M_{\odot}} = \frac{4 \cdot 10^{26} \cdot 7 \cdot 10^8}{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 2 \cdot 10^{30}} \approx 2,1 \cdot 10^{15} \frac{\text{кг}}{\text{с}} \approx 3,1 \cdot 10^{-8} \frac{M_{\odot}}{\text{год}}$$

Ответ: $\dot{M}_{\odot} \approx 2,1 \cdot 10^{15} \frac{\text{кг}}{\text{с}} \approx 3,1 \cdot 10^{-8} \frac{M_{\odot}}{\text{год}}$. 8

10.5.

Дано: $\rho = 10^{18} \text{ кг/м}^3$
 $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$
 $c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
 $M_{\odot} = 2 \cdot 10^{30} \text{ кг}$

$R = \mathcal{L} \cdot R_g$
 $\mathcal{L} = \frac{4}{3}$
 $R_g = \frac{2GM}{c^2}$

$R - ? \text{ (в км)}$

$M - ? \text{ (в } M_{\odot})$

$M = \rho V$, где V - объем звезды.

Т.к. звезда - шар,

$V = \frac{4\pi R^3}{3}$, тогда

$M = \frac{4\pi R^3}{3} \cdot \rho \quad (1)$

$R = \mathcal{L} \cdot R_g = \frac{4}{3} \cdot \frac{2GM}{c^2} = \frac{8GM}{3c^2} \quad (2)$

(1) $\rightarrow$ б (2):

$R = \frac{8G \cdot \frac{4\pi R^3}{3} \cdot \rho}{3 \cdot 3c^2} = \frac{32\pi R^3 \cdot G \cdot \rho}{9c^2}$

Лист 2.

$$R^2 = \frac{9c^2}{32 G \pi \rho}$$

$$R = 3c \sqrt{\frac{1}{32 \cdot G \pi \rho}} = 3 \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot \sqrt{\frac{1}{32 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 3,14 \cdot 10^{18}}} \approx 1,1 \cdot 10^4 \text{ м} = \underline{11 \text{ км.}}$$

$$M = \frac{4\pi R^3}{3} \cdot \rho = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot (1,1 \cdot 10^4)^3}{3} \cdot 10^{18} \approx 5,6 \cdot 10^{30} \text{ кг} \approx 6 \cdot 10^{30} \text{ кг} \approx \underline{3 M_{\odot}}.$$

Ответ: $R \approx 11 \text{ км}$, $M \approx 3 M_{\odot}$. 8.

10.3.

$v_{\text{кр}} = \sqrt{\frac{GM_0}{r}}$ - скорость движения планеты по круговой орбите.

G - гравитационная постоянная, M_0 - масса звезды (начальная), r - радиус орбиты.

$v_{\text{пар}} = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$ - скорость убегания (параболическая скорость)

M - масса звезды после потери части массы.

Звезда теряет массу, и планета, не меняя скорости, начинает "убегать". Для убегания нужно, чтобы:

$$v_{\text{кр}} \geq v_{\text{пар}}.$$

$$\sqrt{\frac{GM_0}{r}} \geq \sqrt{\frac{2GM}{r}}$$

Для нахождения массы возьмем предельный случай:

$$\sqrt{\frac{GM_0}{r}} = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$$

$$\frac{GM_0}{r} = \frac{2GM}{r}$$

$$M_0 = 2M$$

Лист 3.

$$M_0 = 2M$$

$$M = \frac{1}{2} M_0$$

ΔM - изменение массы.

$$\Delta M = M - M_0 = \frac{1}{2} M_0 - M_0 = -\frac{1}{2} M_0 - \text{потеряно } \frac{1}{2} M_0.$$

$$|\Delta M| = \frac{1}{2} M_0.$$

Ответ: звезда потеряла $\frac{1}{2}$ своей начальной массы (M_0).

10.1.

$v_{2k} = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$ - Вторая космическая скорость для старта с Земли. G - гравитационная постоянная, M - масса ^{планеты} ~~Земли~~, R - радиус ~~Земли~~ планеты. 8.

$v_{\text{пар}} = \sqrt{\frac{2GM}{r}} = \sqrt{\frac{2GM}{R+h}}$ - параболическая скорость на ^{планеты} расстоянии r от центра ~~Земли~~ и на высоте h от ее поверхности.

$$v_{\text{пар}} = \frac{1}{2} v_{2k}$$

$$\sqrt{\frac{2GM}{R+h}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

$$\sqrt{\frac{2GM}{R+h}} = \sqrt{\frac{2GM}{4R}}$$

$$\frac{2GM}{R+h} = \frac{2GM}{4R}$$

Лист 4.

$$R+h = 4R$$

$$h = 3R$$

Для Земли $R_{\oplus} = 6,4 \cdot 10^6 \text{ м}$:

$$h = 3 \cdot 6,4 \cdot 10^6 = 1,92 \cdot 10^7 \text{ м} = 19200 \text{ км}.$$

Ответ: космический аппарат необходимо вывести на высоту 3 радиусов планеты старта. Для Земли $h = 19200 \text{ км}$.

10.6.

Дано: $\rho = 2700 \text{ кг/м}^3$
 $G_m = 10^8 \text{ Па}$
 $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}^2}$

$$V \approx R^3$$

$M_{\text{кр}} - ?$

$R_{\text{кр}} - ?$

$P_r = \rho g R$ — давление гравитации

$$P_{\text{гр}} = \rho g R = \rho \cdot \frac{GM}{R^2} \cdot R = \rho \cdot \frac{GM}{R} = \rho \cdot \frac{G \rho V}{R} = \rho^2 \cdot G \cdot \frac{4}{3} \pi \frac{R^3}{R} =$$

$$= \frac{4}{3} \pi \rho^2 G R^2.$$

В "критическом" случае,

$$P_{\text{гр}} = G_m$$

$$\frac{4}{3} \pi \rho^2 G R_{\text{кр}}^2 = G_m$$

$$R_{\text{кр}}^2 = \frac{3 G_m}{4 \pi \rho^2 G}$$

$V \approx R^3$

$$R_{\text{кр}} = \sqrt{\frac{3 G_m}{4 \pi \rho^2 G}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 10^8}{4 \cdot 3,14 \cdot (2700)^2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11}}} \approx 221635 \text{ м} \approx 220 \text{ км}.$$

$$M_{\text{кр}} = \rho V = \rho \cdot \frac{4}{3} \pi R_{\text{кр}}^3 \approx 2700 \cdot \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot (220000)^3 \approx 1,2 \cdot 10^{20} \text{ кг}.$$

Ответ: $R_{\text{кр}} \approx 220 \text{ км}$; $M_{\text{кр}} \approx 10^{20} \text{ кг}$.

Лист 5.